

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 28.06.2007

Dauer: 90 Minuten

Aufgaben

Aufgabe 1: Funktionsgraphen

Zeichnen Sie folgende Funktionen in ein Diagramm. Achten Sie auf eine genaue Bezeichnung und sinnvolle Einteilung der Achsen.

a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = x^2 - 1$, c) $f(x) = -(x+2)^2$, d) $f(x) = (x-2)^2 + 1$,

e) $f(x) = (x+1)^2 - 2$

(10 Punkte)

Aufgabe 2: Ganzrationale Funktionen

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (falls vorhanden). Geben Sie auch an, wenn ein Punkt nicht existiert.

a) $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (6 \text{ Punkte}),$

b) $f(x) = x^4 - 6 \cdot x^2 + 8 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (6 \text{ Punkte}),$

c) $f(x) = 3 \cdot x^2 - 42 \cdot x + 144 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (4 \text{ Punkte}),$

d) $f(x) = 2 \cdot x^3 - 8 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 56 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (6 \text{ Punkte}),$

e) $f(x) = -x^3 + 50 \cdot x^2 - 225 \cdot x \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (6 \text{ Punkte})$

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (falls vorhanden). Geben Sie auch an, wenn ein Punkt nicht existiert.

a) $f(x) = \ln(x-7) \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\} \quad (2 \text{ Punkte}),$

b) $f(x) = 9^{x+4} - 2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (2 \text{ Punkte}),$

c) $f(x) = e^{3 \cdot x} - 8 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad (2 \text{ Punkte}),$

d) $f(x) = \ln(-3 \cdot x + 1) - 9 \quad \mathbb{D}_f = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1}{3}\right\} \quad (2 \text{ Punkte}).$

Aufgabe 4: Umkehrfunktionen

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion zu $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x-1} \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$, und zeichnen Sie $f(x)$ und $f^{-1}(y)$ in ein Diagramm (4 Punkte).

Aufgabe 5: Lineare Optimierung

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem:

Zielfunktion: $z(x, y) = 2 \cdot x + y \rightarrow \max!$

Nebenbedingungen: 1) $x \geq 0, y \geq 0$

2) $y \leq 4 - \frac{1}{2} \cdot x$

3) $y - 9 \leq -3 \cdot x$

Bestimmen Sie auch den Wert der Zielfunktion im Maximum (10 Punkte).